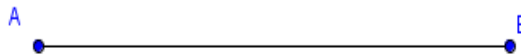




¿Álgebra con regla y compás?

En esta actividad trabajaremos con algunas construcciones geométricas que seguro que conoces. La novedad principal es su interpretación, pues plantaremos ecuaciones sencillas que luego representaremos mediante segmentos o figuras.

Comencemos por una situación más sencilla: representemos un segmento de longitud cualquiera, ese número lo representamos por k . Diremos que el segmento tiene longitud k y, en principio, interpretaremos que k es un número natural.

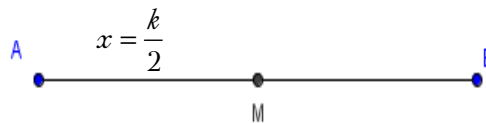


El segmento AB es de longitud k

Dividir el segmento en 2 partes iguales es una operación sencilla, que obliga a determinar un segmento de longitud x que cumpla esta relación: $2x = k$.

Es decir, que estamos ante la necesidad de encontrar la solución *geométrica* de esa ecuación: $2x = k$.

La solución parece sencilla pues el segmento x que resuelve la situación es el determinado por el punto medio del anterior. Es decir, el punto medio del segmento de longitud k :



Para localizar el punto medio hay que utilizar el compás. La construcción ya la conoces, lo que quizás cambia es el ámbito en el que estamos, ya que ahora estamos resolviendo una ecuación: buscamos el segmento que hace cierta la igualdad que se plantea.

Si dispones de Geogebra ya sabes que hay una herramienta que de forma automática señala el punto medio de un segmento.

Localizado el punto M, la ecuación está resuelta, pues AM (o MB) son segmentos de la longitud buscada.

Parece que el siguiente caso sería encontrar el segmento solución de $3x = k$

Se trata ahora de dividir el segmento inicial en tres partes. No existe un método tan rápido para hacerlo como en el caso anterior. Podría abordarse así: hallo un punto P, sobre la recta que contiene al segmento de partida AB, que esté a la misma distancia de A que el punto medio M:



$$d(A,P) = d(A,M) = x = k/3$$

En torno a la matemática griega. Números y álgebra

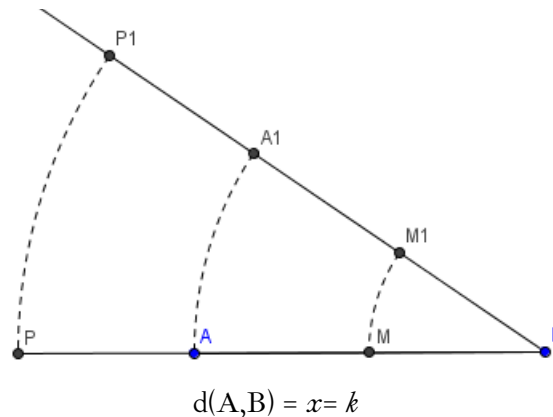
Javier Bergasa Liberal



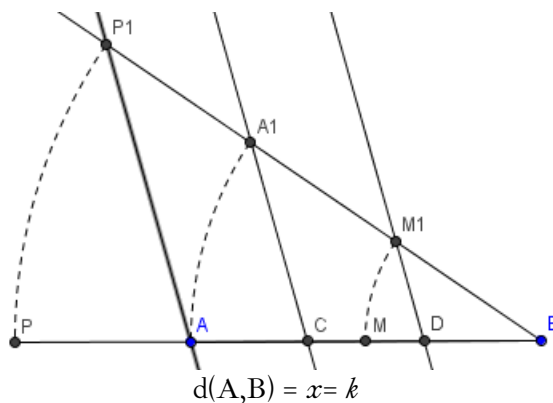
Con Geogebra, usaremos la opción “refleja objeto por punto” del menú de transformaciones para hallar el simétrico del punto medio.

De esta manera, el segmento PB está dividido en 3 partes iguales de longitud, es decir, $\frac{k}{2}$.

Si trazo una semirrecta por B –puede ser perpendicular al segmento de partida– y localizo en ella los puntos correspondientes a los que dividían a PB en tres partes iguales, obtendré esta situación:



Si ahora trazamos la recta determinada por A y P₁ y las paralelas a ella por A₁ y M₁, la situación será:



Esta situación corresponde a la descrita por el teorema de Tales y, en consecuencia, los puntos C y D dividen al segmento original en tres partes. Por lo tanto, el segmento AC que verifica $d(A,C) = \frac{k}{3}$ es solución del problema. Otro tanto podría decirse de CD o DB.

En torno a la matemática griega.

Números y álgebra

Javier Bergasa Liberal



Propuesta 1

Utiliza el programa Geogebra, o en su defecto la regla y el compás, para hallar el segmento que resuelve las ecuaciones siguientes, que no hacen sino generalizar los métodos antes vistos:

$$4x = k$$

$$5x = k$$

Propuesta 2.

Igualmente debes resolver éstas que son análogas a las anteriores y cuya solución se obtiene mediante ampliaciones del segmento de partida.

$$\frac{x}{2} = k$$

$$\frac{x}{3} = k$$

De esta manera damos significado geométrico a las ecuaciones de primer grado, que en general escribimos como $ax + b = c$.

Un problema concreto que se puede abordar con lo aprendido sería:

Dado un rectángulo con lados desiguales de longitud a y b , halla un cuadrado del mismo perímetro.

El rectángulo tiene un perímetro $p = 2(a+b)$. Por lo tanto, estamos buscando un segmento de longitud desconocida, que llamaremos x , y que por ser el lado del cuadrado buscado deberá satisfacer la ecuación

$$4x = 2(a+b)$$

es decir

$$x = \frac{2(a+b)}{4} = \frac{p}{4} = \frac{a+b}{2}$$

Propuesta 3

Dibuja un rectángulo de lados cualesquiera a y b , determina x y construye con Geogebra el cuadrado isoperimétrico con él. Observa que en realidad el resultado buscado es la media aritmética de los números a y b , o geoméricamente el punto medio del segmento formado por los dos lados desiguales del rectángulo.