

De la literatura a las mates

El incidente con +matemáticas

Constantino de la Fuente Martínez



Una ventana a la teoría del caos

He aquí una fórmula para una población de animales.

$$N_{nueva} = \lambda \times (N_{vieja}) \times (1 - N_{vieja})$$

Y en esta fórmula N representa la densidad de población. Cuando $N=1$ es lo más grande que puede llegar a ser. Y cuando $N=0$ la población se ha extinguido.

N_{nueva} es la población un año, y N_{vieja} es la población del año anterior. Y λ es lo que se llama una constante. (pág. 132)

La ecuación anterior se llama de P.F. Verhulst, científico que estudió el crecimiento demográfico y la planteó en 1845.

Para simplificar las cosas, vamos a escribir la fórmula como

$$N' = \lambda N(1 - N),$$

donde N es la población vieja (del año anterior), N' es la población nueva (del año siguiente) y λ es una constante que llamamos de fertilidad, que puede cambiar con las condiciones ambientales y climáticas, alimentación disponible, depredadores... Suponemos, para trabajar con números sencillos, que N y N' son números entre zero y uno, que representan los millones de individuos de esa especie.

En las preguntas que siguen debes hacer una tabla en la que, para cada año, figuren los resultados que irás obteniendo. Debes hacerlo para un número de años que te permita ver que se cumpla el resultado que se pide. Ayúdate con una hoja de cálculo o una calculadora. Con los datos de cada tabla haz una gráfica análoga a las que aparecen en la página 133 del libro.

Comprueba que si $\lambda < 1$ la población es cada vez más pequeña y se extingue. Hazlo para los casos $\lambda=0,5$ y $N=0,8$, calculando la población en años sucesivos.

Si $\lambda=1,5$ y la población inicial es 0,1 puedes comprobar que al cabo de tres años la población será de 0,21676. ¿La población seguirá creciendo? Comprueba que al cabo de unos años se estabiliza al valor 0,3333. ¡Esto ocurre aunque el tamaño inicial de la población sea otro! Compruébalo. Prueba, en particular, qué pasa si $N > 0,3333$.

Verifica que si $\lambda=2,5$ la población se estabiliza alrededor del valor 0,6. En el caso $\lambda=3,2$ puedes comprobar que la población se estabiliza en valores cercanos a 0,5 y 0,8; un año en un valor y al año siguiente en el otro. Si $\lambda=3,5$ aparecen cuatro valores: 0,38, 0,83 y otros dos valores que debes descubrir por tus propios medios.

Comprueba, finalmente, que para $\lambda=3,57$ aparece el caos. Es decir, no podemos estimar qué tamaño tendrá la población al cabo de unos años.

Como dice Christopher, esto fue estudiado en el siglo XX por el biólogo Robert May y otros científicos. Estos resultados, y otros parecidos, fueron la base para la aparición de un nuevo campo de las matemáticas denominado *teoría del caos*.

Elaborado por: