



Àlgebra amb regle i compàs també per a equacions de segon grau?

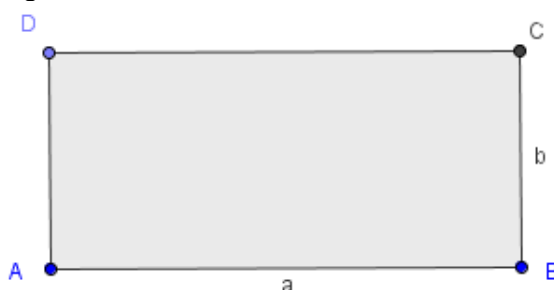
En l'activitat anterior hem començat resolent equacions des d'un punt de vista geomètric i hem acabat fent un problema, ara ho farem a l'inrevés. Començarem plantejant un problema la solució del qual està estretament relacionada amb una equació de segon grau.

L'enunciat del problema és semblant al d'abans: donat un rectangle de costats a i b , troba un quadrat d'àrea igual.

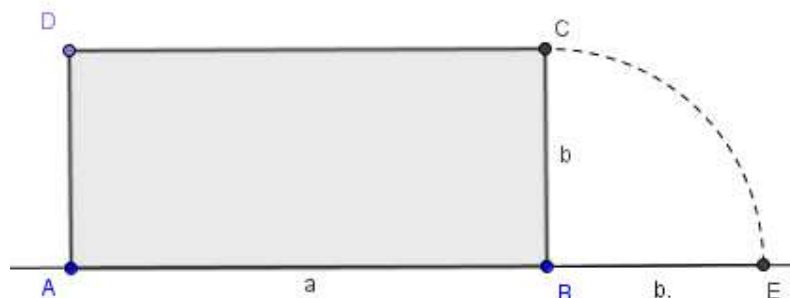
Es tracta, doncs, de trobar el costat del quadrat que compleix la condició.

Algebraicament ho escriuríem : $x^2 = a \cdot b$.

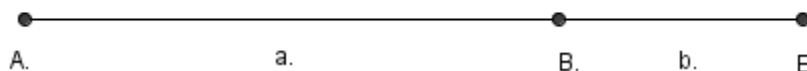
Suposem que el nostre rectangle és:



Per a trobar x farem el següent: sobre la recta AB, amb origen a B i cap a la banda on no hi ha A, hi dibuixarem un segment igual a BC tal i com es veu a la figura.



Simplificarem aquesta construcció i ens quedarem amb el segment AE format per AB i BE



Ara dibuixarem una semicircumferència de diàmetre AE o sigui de diàmetre $a + b$. Tal com saps qualsevol punt d'aquesta semicircumferència i els extrems A i E del diàmetre determinen un triangle rectangle.



Proposta 1

Comprova amb Geogebra que qualsevol d'aquests angles és recte. Assenyala quina propietat et permet afirmar que tots aquests angles són rectes sense necessitat de mesurar-los. Recorda les propietats dels angles inscrits en una circumferència...

Assenyala el punt de la semicircumferència que ens interessa per a resoldre el problema. Quin punt és?

El teorema de l'altura ens diu que l'altura sobre la hipotenusa és mitjana proporcional entre els segments que hi determina. És a dir:

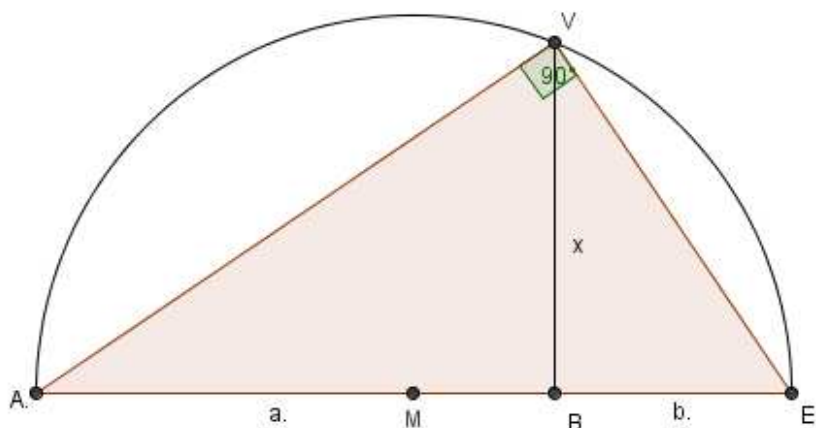
$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

que equival a :

$$x^2 = a \cdot b$$

Així doncs el punt que ens interessa és el vèrtex del triangle rectangle l'altura sobre la hipotenusa del qual sigui el punt B.

La figura final tindrà aquest aspecte, essent M el punt mig del segment AE, o sigui el centre de la semicircumferència.



Proposta 2

T'has fixat que acabem d'utilitzar la mitjana aritmètica i la geomètrica de dues quantitats a i b ? Assenyala-les a la figura. Pots fer servir el dibuix per a determinar quina és més gran? Raona la resposta. Podrien ser iguals? Estudia la situació i exposa raonadament les teves conclusions.

Finalment fixeu-vos que hem après a resoldre equacions de segon grau incompletes del tipus:

$$m \cdot x^2 - n = 0$$

amb m i n naturals

Al voltant de la matemàtica grega. Números i àlgebra

Javier Bergasa Liberal



Ens cal aïllar x , $x^2 = k$ i passar a $x^2 = a \cdot b$ on a i b satisfan $k = a \cdot b$. Si k és primer un dels factors ha de ser 1.

Activitat 1.3