Si lo escondo, ¿lo encuentras?
Aritmética del reloj

Mª Joaquina Berral Yerón, Inmaculada Serrano Gómez

Cifrado con plantillas o rejillas.

Ya sabemos cifrar y descifrar con una rejilla de 4x4, pero vamos a profundizar un poco más en el tema, para ello vamos a trabajar en grupos de 4 personas.

El grupo debe debatir y ponerse de acuerdo para contestar a las preguntas siguientes.

1. Definir las características que debe tener una plantilla de orden 4x4 para que se pueda cifrar con ella.

2. Hemos considerado que la plantilla *A* la giramos sobre su centro (0º, 90º, 180º y 270º), ¿Podemos cifrar un mensaje realizando en la plantilla otro giro distinto?

3. ¿Podemos construir, manteniendo las condiciones que has considerado en la pregunta 1, una plantilla de 2×2? ¿Cuántos agujeros tendrán? ¿Cuántas plantillas distintas podemos construir? ¿Cuál será la longitud máxima de nuestro mensaje a cifrar?

4. Construir una plantilla de 3×3 manteniendo las condiciones consideradas en la pregunta 1¿Tenéis algún problema para construirla? ¿Y si cambiamos alguna condición?

5. ¿Hay algún cuadrado especial en una plantilla de lado 3×3? ¿Cuál?

Observa que ese cuadrado especial está en todas las plantillas de orden impar

6. ¿Cuántos agujeros tendrá una plantilla de lado 3×3? ¿Cuál será la longitud máxima de nuestro mensaje a cifrar?

Bueno, ya sabemos construir una plantilla de lado 3×3, ahora vamos a ver si somos capaces de saber cuántas existen. Para ello yo voy a comenzar el proceso de búsqueda de todas las plantilla de lado 3×3 y vosotros lo vais a terminar.

Ya sabemos que el cuadrado central no se puede agujerear, luego tenemos 8 cuadrados posibles y una plantilla debe llevar dos agujeros. También debemos tener en cuenta que las siguientes plantillas son en realidad la misma, porque se obtienen unas de otras girando:

Figura 1

Elaborado por:
Profundiza
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE ESTADO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL
DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL

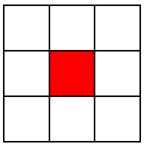
Mª Joaquina Berral Yerón, Inmaculada Serrano Gómez

Comenzamos a razonar entre todos.

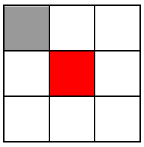
Cada plantilla de 3×3, debe cumplir:

- El cuadrado central no se puede agujerear, lo marcaremos de rojo
- Tiene 2 agujeros, los marcaremos de gris.
- Los * van a indicar que ese cuadrado no se puede agujerear, porque se solaparía con otro al girar.

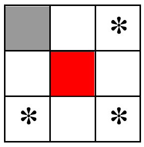
a) Construimos una plantilla, para ello empiezo marcando el cuadrado que no puedo agujerear



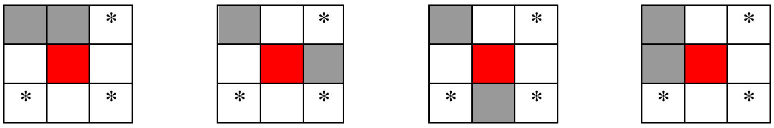
Si quiero agujerear el cuadrado superior izquierdo



Habrá otros cuadrados que no puedo agujerear



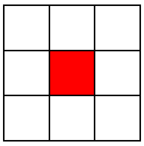
Me quedan 4 posibles para realizar el segundo agujero



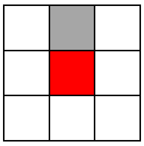
Modelo 1 Modelo 2 Modelo 3 Modelo 4

b) Vamos a considerar ahora otro caso: el cuadrado que quiero agujerear es el de la fila superior y la segunda columna.

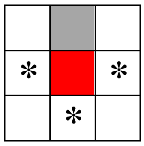
c)



Si quiero agujerear el cuadrado superior izquierdo

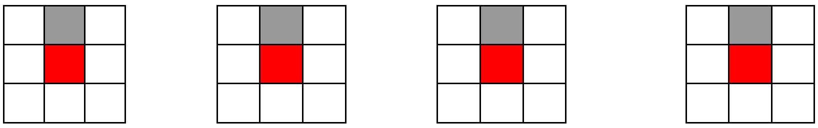


Habrá otros cuadrados que no puedo agujerear



Me quedan 4 posibles para realizar el segundo agujero.

7. Completar estas cuatro plantillas, ya hemos puesto el agujero que queremos que esté, debes poner un nuevo en cada plantilla.

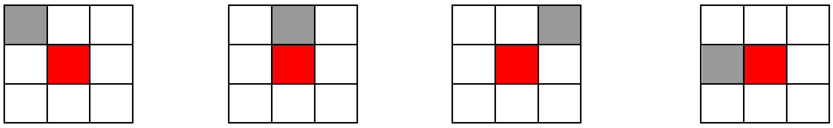


8. ¿Tienen alguna relación con las plantillas obtenidas en el apartado a?

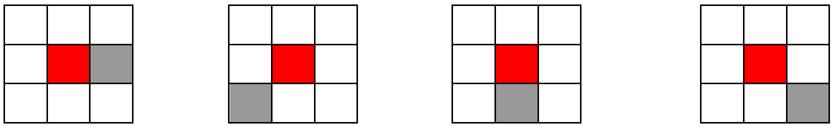
9. Tendríamos que hacer el mismo proceso para cuando quiera que en mi plantilla entre otro cualquiera de los 8 cuadrados, (caso *a* ... *h*) pero ¿Saldría algún modelo distinto?

Elaborado por:
Profundiza
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE ESTADO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL
DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL

Mª Joaquina Berral Yerón, Inmaculada Serrano Gómez



Caso *a* | Caso *b* | Caso *c* | Caso *d*

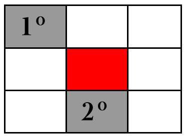


Caso *e* | Caso *f* | Caso *g* | Caso *h*

10. Creo que ya me podéis decir cuántas plantillas hay de 3×3.
    Con lo que hemos realizado, sabemos construir todas plantillas de 2×2 y de 3×3, pero si queremos construir plantillas más grandes, tenemos que generalizar el proceso, y gráficamente no lo podemos hacer (¡cómo vamos a ir dibujando todas las plantillas de10×10!), necesitamos hacerlo de forma razonada:

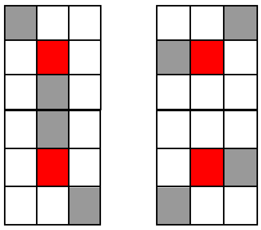
Hay 8 formas de seleccionar mi primer cuadrado
Hay 4 formas de seleccionar mi segundo cuadrado

Ejemplo de selección



8·4 = 64 formas de seleccionar los dos cuadrados ¿de acuerdo?

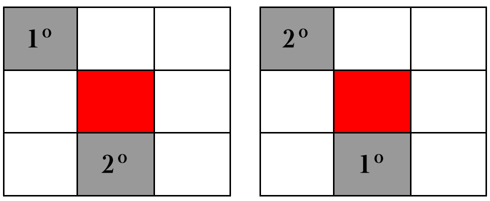
Pero al considerar los giros, ya hemos visto en la figura 1, que cuatro plantillas en realidad son una sólo



$\frac{8\cdot 4}{4}=8$,

¿Habría 8 plantillas de 3×3?
No, porque...

Me da igual el orden de selección de los agujeros



$\frac{8\cdot 4}{4\cdot 2}=4$, que es el número de plantillas de 3×3

Y ahora esto ya es para mentes privilegiadas

11. ¿Sabríais decirnos cuántas plantillas hay de orden 4×4?

12. Cuántos agujeros hay que realizar para una plantilla de orden 6×6?

13. ¿Cuántas plantillas hay de orden 6×6?

Elaborado por:
Profundiza
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE ESTADO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL
DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL