

Si ho amague, ho trobes? Aritmètica del rellotge

M^a Joaquina Berral Yerón, Inmaculada Serrano Gómez



Xifrat amb plantilles o reixetes.

Ja sabem xifrar i desxifrar amb una reixeta de 4×4 , però anem a aprofundir un poc més en el tema, per a fer-ho treballarem en grups de 4 persones.

El grup ha de debatre i posar-se d'acord per a contestar a les preguntes següents.

1. Definir les característiques que ha de tenir una plantilla d'orde 4×4 per tal que es puga xifrar amb ella.
2. Hem considerat que la plantilla A la girem sobre el seu centre (0° , 90° , 180° y 270°), podem xifrar un missatge realitzant en la plantilla un altre gir distint?
3. Podem construir, mantenint les condicions que has considerat en la pregunta 1, una plantilla de 2×2 ? Quants forats tindran? Quantes plantilles distintes podem construir? Quina serà la longitud màxima del nostre missatge a xifrar?
4. Construir una plantilla de 3×3 mantenint les condicions considerades en la pregunta 1. Teniu cap problema per construir-la? I si canviem alguna condició?
5. Hi ha algun quadrat especial en una plantilla de costat 3×3 ? Quin?

Observa que aquest quadrat especial està en totes les plantilles d'ordre imparell

6. Quants forats tindrà una plantilla de costat 3×3 ? Quina serà la longitud màxima del nostre missatge a xifrar?

Bé, ja sabem construir una plantilla de costat 3×3 , ara anem a veure si som capaços de saber quantes existeixen. Per a fer-ho començarem el procés de recerca de totes les plantilles de costat 3×3 i vosaltres l'acabareu.

Ja sabem que el quadrat central no es pot foradar, així tenim 8 quadrats possibles i una plantilla ha de dur dos forats. També hem de tenir en compte que les següents plantilles són en realitat la mateixa, perquè s'obtenen unes d'altres girant:



Figura 1

Comencem a raonar entre tots.

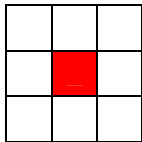
Cada plantilla de 3×3 , ha de complir:

Si ho amague, ho trobes? Aritmètica del rellotge

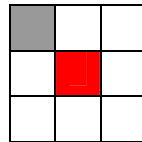
M^a Joaquina Berral Yerón, Inmaculada Serrano Gómez



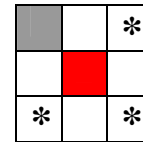
- El quadrat central no es pot foradar, el marcarem de roig
 - Té 2 forats, els marcarem de gris.
 - Els * indicaran que aqueix quadrat no es pot foradar, perquè se solaparia amb d'altre al girar.
- a) Construïm una plantilla, per a fer-ho comence marcant el quadrat que no puc foradar



Si vull foradar el quadrat superior esquerre



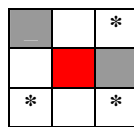
Hi haurà d'altres quadrats que no puc foradar



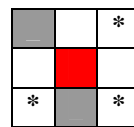
Em queden 4 possibles per fer el segon forat



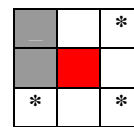
Model 1



Model 2



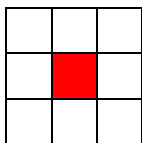
Model 3



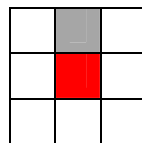
Model 4

- b) Anem a considerar ara un altre cas: el quadrat que vull foradar és el de la fila superior i la segona columna.

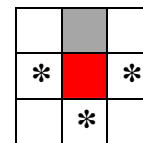
c)



Si vull foradar el quadrat superior esquerre

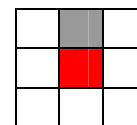
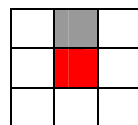
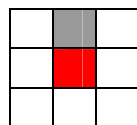
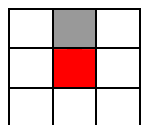


Hi haurà d'altres quadrats que no puc foradar



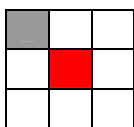
Em queden 4 possibles per fer el segon forat

7. Completeu aquestes quatre plantilles, ja hem posat el forat que volem que estigui, has de posar un de nou en cada plantilla.

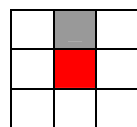


8. Tenen alguna relació amb les plantilles obtingudes en l'apartat a?

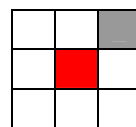
9. Hauríem de fer el mateix procés per quan vulga que en la meua plantilla entre un altre qualsevol dels 8 quadrats, (caso a ... h) però, eixiria algun model distint?



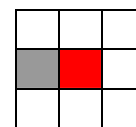
Caso a



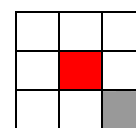
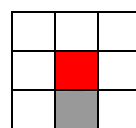
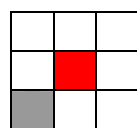
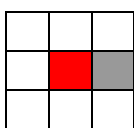
Caso b



Caso c



Caso d



Si ho amague, ho trobes? Aritmètica del rellotge

M^a Joaquina Berral Yerón, Inmaculada Serrano Gómez



Caso e

Caso f

Caso g

Caso h

10. Crec que ja em podeu dir quantes plantilles hi ha de 3×3.

Amb tot el que hem fet, sabem construir totes les plantilles de 2×2 i de 3×3, però si volem construir plantilles més grans, cal generalitzar el procés, i gràficament no ho podem fer (com a anem a dibuixar totes les plantilles de 10×10!), necessitem fer-lo de forma raonada:

Hi ha 8 formes de seleccionar el meu primer quadrat

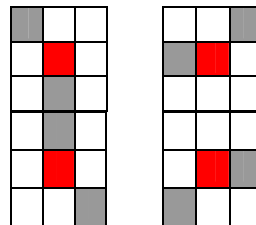
Hi ha 4 formes de seleccionar el meu segon quadrat

Ejemplo de selección

1°		
	2°	

8·4 = 64 formes de seleccionar els dos quadrats, d'acord?

Però al considerar els girs, ja hem vist en la figura 1, que quatre plantilles en realitat són una només



$$\frac{8 \cdot 4}{4} = 8,$$

Hi hauria 8 plantilles de 3×3?
No, perquè...

No importa l'ordre de selecció dels forats

1°		
	2°	

2°		
	1°	

$\frac{8 \cdot 4}{4 \cdot 2} = 4$, que és el número de plantilles de 3×3

Y ara açò ja és per a ments privilegiades

11. Sabries dir-nos quantes plantilles hi ha d'ordre 4×4?

12. Quants forats cal fer per a una plantilla d'ordre 6×6?

13. Quantes plantilles hi ha d'ordre 6×6?