



Ritme i harmonia en els números figurats: successions, progressions i sèries numèriques

En les darreres preguntes del qüestionari sobre números figurats del projecte Gauss que t'hem proposat que fessis es demanava que busquessis relacions entre els diferents tipus de números i els triangulars. Ara que ja estàs més familiaritzat amb aquests números i les seves propietats en veurem algunes més.

La proposició següent s'anomena *Teorema de Teó*, i diu:

Tot número quadrat és la suma del número triangular del seu mateix ordre i el d'ordre anterior.

Aquest enunciat es pot expressar com:

$$C(n) = T(n) + T(n-1)$$

Havies pensat que passava alguna cosa semblant?

Proposta 1

Demuestra aquest teorema. Per a fer-ho n'hi ha prou amb fer servir els termes generals que ja has trobat i aplicar-los als valors triangulars i quadrat que surten a la proposició.

1

Proposta 2

Un altre resultat interessant és el següent:

Tot número pentagonal és la tercera part d'un número triangular.

Comprova aquesta afirmació.

Escriu una fórmula que generalitzi aquesta propietat.

Tornant a la idea del gnomon, els punts que cal afegir per passar d'un número poligonal al següent, sembla clar que els números figurats són sumes de seqüències de determinats números.

De quin tipus són aquestes seqüències?

Veiem que passa en el cas dels números triangulars:

N (ordre del número)	Número triangular	Suma dels gnomons precedents
1	1	1
2	3	1+2
3	6	1+2+3
4	10	1+2+3+4

Al voltant de la matemàtica grega.

Números i àlgebra

Javier Bergasa Liberal



5	15	1+2+3+4+5
6	21	1+2+3+4+5+6

Ens adonem que el número triangular $T(n)$ és la suma dels n primers números naturals:

$$T(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$$

El resultat d'aquesta suma el coneixem no només perquè és un número triangular sinó també perquè és la suma dels n primers termes d'una progressió aritmètica de primer terme 1 i diferència 1:

$$T(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Proposta 3

Estudia ara què passa amb els números quadrats, pentagonals i hexagonals. Escriu una fórmula general per a qualsevol número poligonal de tipus r .