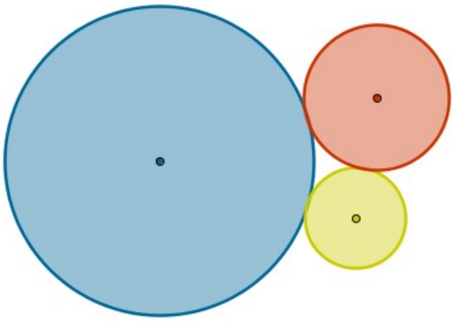
*Manuel Sada Allo*



Utilizad *GeoGebra* para intentar resolver alguno de los problemas o cuestiones siguientes, relativos todos a la Geometría de los triángulos (o de los polígonos).

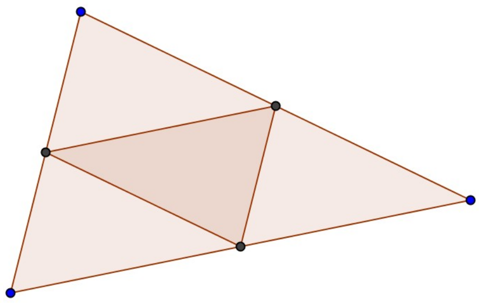
## Actividad 2.1: Tres círculos tangentes

Dados tres puntos del plano, determinar la posición de otras tantas circunferencias, centrada cada una en uno de los puntos, de modo que las tres sean tangentes entre sí.
La construcción ha de ser consistente, es decir que al modificar la posición de alguno de los tres puntos, las circunferencias cambien para seguir siendo tangentes.
Si no se te ocurre el modo de conseguirlo, entra en la página web *Tres círculos* del *Proyecto Gauss*:



*http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/acertijos/tres_circulos/actividad.html*
donde encontrarás alguna pista.

## Actividad 2.2: Triángulos y cuadriláteros auxiliares



1. Une los puntos medios de los lados de un triángulo. Al triángulo así obtenido se le llama *triángulo auxiliar*.
2. Compáralos: ¿qué tienen en común y qué diferencia a un triángulo y a su triángulo auxiliar? ¿Qué relación hay entre sus medidas (longitudes, ángulos y áreas)?
3. ¿Y si construimos el auxiliar del auxiliar? ¿Y si repetimos el proceso indefinidamente?
4. Haz algo análogo con cuadriláteros: ¿cómo son los cuadriláteros auxiliares? ¿Qué forma tienen? ¿Qué pasa con las medidas de sus áreas?
5. ¿Cómo ha de ser un cuadrilátero para que su auxiliar sea un rombo? ¿Y para que sea rectángulo?

## Actividad 2.3: Centro de gravedad de un cuadrilátero

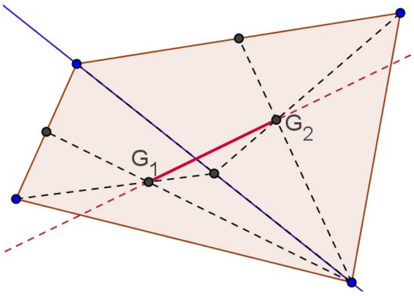
Te proponemos el siguiente método para encontrar el centro de masas de un cuadrilátero:

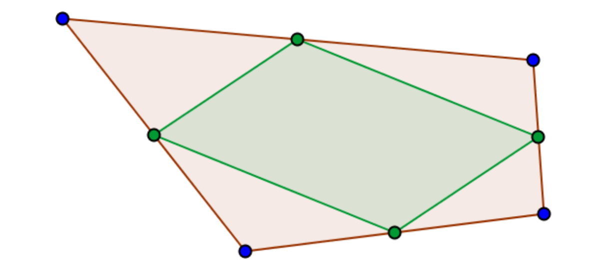
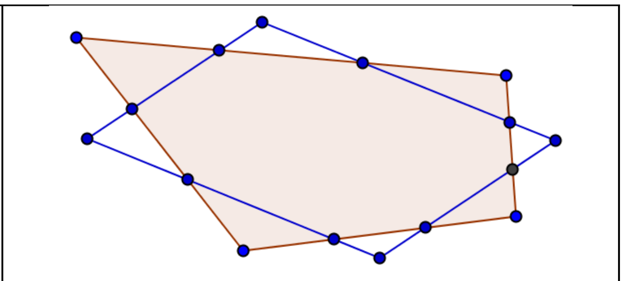
1. Traza una diagonal del cuadrilátero y encuentra los centros de masas de cada uno de los dos triángulos determinados. Por las leyes de la dinámica, el centro de masas del cuadrilátero ha de estar sobre la recta que une los dos centros de masas de los triángulos que lo componen.



Elaborado por:
Profundiza
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE ESTADO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL
DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL

2. Repite el mismo proceso a partir de la otra diagonal del cuadrilátero, hasta obtener una segunda recta que también pasará por el centro buscado.
3. Determina el centro de masas del cuadrilátero como punto de corte de esas dos rectas.
4. ¿Es posible que el centro de gravedad de un cuadrilátero esté en su exterior?
5. Comprueba cuándo el centro de masas de un cuadrilátero coincide con el corte de sus diagonales o las de su paralelogramo de Varignon (el construido a partir de los puntos medios de los lados) o las de su *paralelogramo de Wittenbauer* (a partir de los puntos que trisecan los lados).

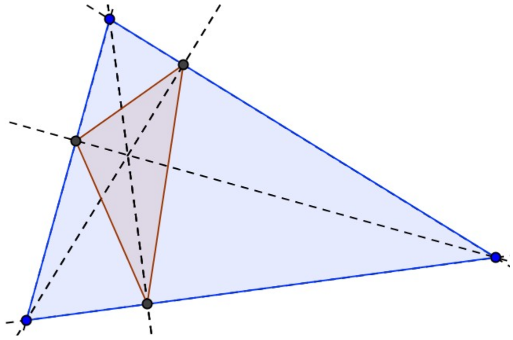



| | |
|---|---|
|  |  |
| Un cuadrilátero y su paralelogramo de Varignon | Un cuadrilátero y su paralelogramo de Wittenbauer |



## Actividad 2.4: El triángulo órtico y la circunferencia de los nueve puntos

Se llama *pie* de la altura de un triángulo al punto donde ésta se encuentra con el lado (o la recta correspondiente) al que es perpendicular.



Al triángulo determinado por los pies de las tres alturas se le llama *triángulo órtico*.

1. Constrúyelo y estudia cómo es el triángulo órtico de un triángulo agudo, rectángulo, obtusángulo, isósceles, equilátero...
2. Construye la circunferencia circunscrita al triángulo órtico. Se trata de la llamada *circunferencia de los nueve puntos* por pasar, además de por los pies de las alturas, por los puntos medios de cada lado y por los puntos medios entre el ortocentro y cada uno de los vértices del triángulo. Compruébalo.
3. Investiga la posición del centro de la circunferencia de los nueve puntos a partir de los centros del triángulo.

## Actividad 2.5: El camino más corto

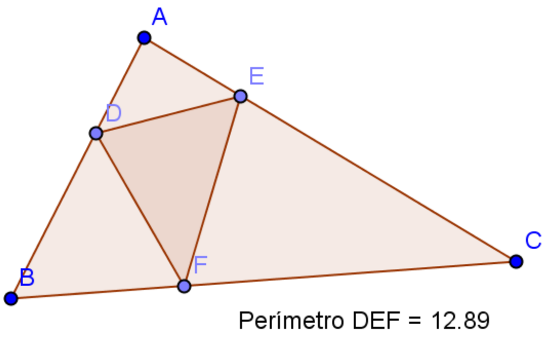
Determinar el camino más corto que una los tres lados de un triángulo (volviendo al punto de partida).

**Ayudas:**

- **Para la construcción**: tras dibujar sendos puntos sobre cada uno de los tres lados del triángulo, construye el triángulo determinado por esos puntos ($D$, $E$ y $F$).

Utiliza la herramienta **Distancia o Longitud** para visualizar el perímetro de ese segundo triángulo (que el programa habrá nombrado como **polígono2**).

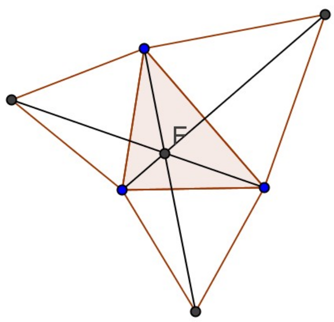
- **Para hacer alguna conjetura**: desliza los puntos $D$, $E$ y $F$ hasta conseguir que el perímetro sea mínimo y observa su posición.
- **Para comprobarla**: Modifica el triángulo inicial $ABC$ y comprueba la validez de tu conjetura.




## Actividad 2.6: El punto de Fermat

Dado un triángulo, construir sobre cada uno de sus lados otro triángulo equilátero. Comprobar que los tres segmentos que unen los vértices exteriores de esos nuevos triángulos con el vértice opuesto del triángulo original concurren en un único punto.

Comprobar que ése (el llamado *punto de Fermat*) es el que minimiza la suma de distancias a los tres vértices de un triángulo.




## Actividad 2.7: El teorema de Napoleón

Entra en la web *Un descubrimiento de Napoleón* de *Proyecto Gauss*
*http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/poligonos/napoleon/actividad.html*
y realiza la actividad en ella propuesta (lee atentamente cada una de las *preguntas*).