¡Menudos problemas!

1. *Futurama* (Matt Groening, 1999 –)
Fry fue congelado accidentalmente durante 1.000 años. Al despertar, encuentra un mundo algo diferente. Acude a su antiguo banco y consulta su cuenta. Le dice la cajera:

> "Tiene un saldo de 93 centavos, más el 2,25% de intereses a lo largo de un periodo de mil años, hacen un total de 4.300 millones de dólares"

Fry cae fulminado por la impresión.

¿Es posible que con menos de un dólar haya llegado a tal fortuna? ¿Está bien hecha esa cuenta?

2. *Numbers* (Tony y Ridley Scott 2005 – 2010)
Éste es el problema planteado por Charlie, el hermano matemático de la serie *Numbers*:

> "Imagina que estás en un concurso de televisión. Te ofrecen tres puertas. Detrás de una de ellas hay un coche nuevo; detrás de las otras dos hay cabras. Eres el concursante y, por supuesto, quieres ganar el coche. Eliges una puerta.
>
> Entonces, el presentador abre una de las dos puertas que no has elegido y detrás aparece una cabra. Aún tenemos dos puertas sin mostrar.
>
> Después de lo que acabas de ver, ¿te conviene cambiar de puerta? ¿Cambiar de puerta aumentará tu probabilidad de ganar?

La chica de la escena dice:

> "No, porque hay dos puertas y con cualquiera de ellas tengo el 50% de probabilidad de ganar el coche"

Ante el asombro general, Charlie le dice que no es así y se lo explica. Seguramente su explicación ha sido muy rápida y la cosa no te haya quedado todavía clara. Estúdialo. Para ello, si aún no la conoces, te ofrecemos una técnica muy útil para el estudio de las posibilidades que se ofrecen en situaciones inciertas. Se llama el **diagrama en árbol.**

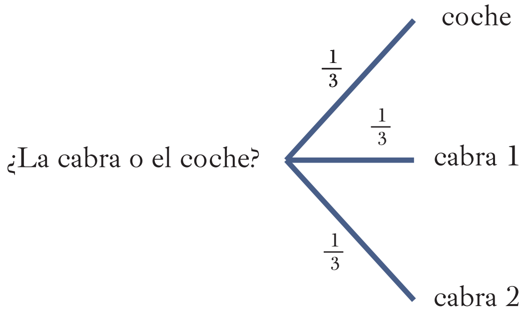
En el siguiente diagrama se ha representado el comienzo del juego. Cada opción posible está representada por una rama y sobre ella está su probabilidad (1/3 = 1 de 3). Completa el diagrama para cada una de las dos estrategias posibles: cambiar de puerta o no cambiar.

A la vista de ambos diagramas, ya podrás responder: ¿Qué estrategia ofrece mayor probabilidad de ganar el coche?

Elaborado por:
Profundiza
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE ESTADO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL
DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL

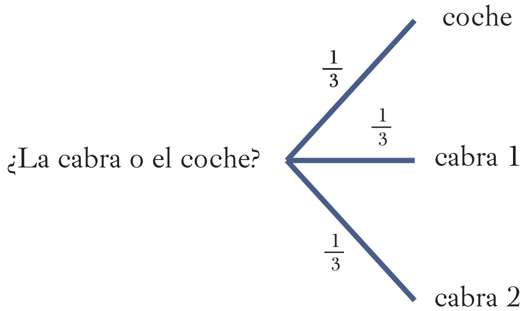
Estrategia 1ª:

puerta elegida — si cambio de puerta



Estrategia 2ª:

puerta elegida — si NO cambio de puerta



3. *Cube* (Vincenzo Natali, 1997)

Como se explica en el trailer, sin saber cómo ni por qué, un grupo de personas se ve atrapado en el interior de una extraña estructura de habitaciones en forma de cubos interconectados. Algunas esconden trampas mortales y otras no. Los prisioneros deben atravesarlas, buscando la salida, pero ¿cómo saber cuáles son seguras y cuales son peligrosas? En la escotilla de entrada a cada habitación están grabados tres números, de tres cifras cada uno.

En la siguiente escena hemos visto cómo una chica, estudiante de Matemáticas, cree haber descubierto que las habitaciones con trampas son las que tienen algún número primo. Después se le ve atareada en calcularlos. Pero luego (tercera escena) se da cuenta de que su suposición era errónea: en realidad las habitaciones peligrosas son las que tienen algún número que sea potencia de un primo. Cuando le requieren para que lo calcule, responde desesperada:

—Tendría que calcular los factores de cada número. Quizás si tuviera un ordenador...
—No necesitas ordenador.
—¡Sí lo necesito!
—Haz los cálculos.
—¡Imposible! Nadie en todo el mundo podría hacerlo mentalmente. Ni siquiera podría hacerlo con el 567. ¡Es astronómico!

Vamos por partes:

a) Primero la chica supone que hay trampa si hay un número primo. Y hace esos cálculos sin problemas. ¿Cuántas divisiones hay que hacer como máximo para saber si un número de tres cifras es primo?

b) Luego, cambia de criterio: hay peligro si hay un número que sea potencia de un primo. ¿Cuál de las dos condiciones es más restrictiva, la anterior o ésta?

c) Dice que calcular si 567 es potencia de un primo es algo astronómico. ¿Tú lo crees? Te animamos a que lo hagas mentalmente, ayudándote de los criterios de divisibilidad conocidos. ¡Es posible!

d) Éstos son los números de algunas escotillas. Investiga si se pueden atravesar o no:

814	131	726
286	343	513
900	466	529
656	779	462

Habrás visto que la tarea no necesita de un ordenador, no es astronómica como dicen en la película.

4. *La habitación de Fermat* (Luis Piedrahita y Rodrigo Sopeña, 2007)

En la primera escena, el joven matemático protagonista (Alejo Sauras) enuncia la conjetura de Goldbach:

"Cualquier número par se puede expresar como suma de dos números primos"

a) Comprueba que la conjetura se cumple para estos números: 26, 82, 154 y 760

b) ¿Cuándo se cumple el enunciado opuesto ("un número primo es suma de dos pares")? ¿Siempre? ¿Nunca? ¿A veces?

Se dice que es una conjetura porque se tiene la convicción de que es cierta, pero aún no ha sido demostrada. Cuando lo sea, pasará a ser un teorema.

En la segunda escena, vemos que se ha convocado a varios matemáticos para que asistan a una reunión, sólo si antes han resuelto el siguiente problema:

¿En qué orden están los siguientes números?

5 - 4 - 2 - 9 - 8 - 6 - 7 - 3 - 1

Luego nos dan la inesperada solución: los números están en orden alfabético.

c) Si la película es doblada al inglés habrá que cambiar el acertijo. ¿Cómo?

d) Te proponemos que ahora descubras cuál es la pauta que siguen las siguientes sucesiones. Para ello, continúalas con dos nuevos números en cada caso:

d1) 1, 3, 7, 13, 21, 31...

d2) 1, -3, 5, -7, 11, -13...

d3) 5, 9, 17, 33, 65, 129...

d4) 5, 6, 12, 30, 84, 246...

Encontrar la pauta que sigue una serie nos da una satisfacción intelectual, pero debes saber que la solución del problema no es única. Además de la solución que hayamos encontrado (normalmente será la más sencilla), hay otras infinitas soluciones posibles. Basta elegir cuál queremos que sea el siguiente número y será posible encontrar una fórmula que incluya a todos ellos, aunque eso sí... puede ser muy complicada.

Tal vez te haya sorprendido la anterior afirmación. Te pondremos un ejemplo:

La sucesión: 1 , 3 , 6 , 10... es fácil de seguir: 1 , 3 , 6 , 10 , 15... con el criterio de ir sumando cada vez una unidad más.

Pero también se podría seguir así: 1 , 3 , 6 , 10 , 18... ¿con qué criterio? Con el siguiente:

$$a_n = \frac{n^2+n}{2} + \frac{(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot(n-4)}{8}$$

e) Fíjate en el complicado término general de la anterior sucesión. Utilízalo para conseguir el término general de esta otra sucesión:

1 , 3 , 6 , 10 , 21...

5. *El Día de la Bestia* (Alex de la Iglesia, 1995)

Tras un rito diabólico, se quema un texto y entre sus cenizas se recuperan estas letras:

E E E G J N N O O O S S T U U

En ellas hay un mensaje oculto que reconstruir. Desanimado por la dificultad de la tarea, dice el protagonista:

"Hay miles de millones de combinaciones. Son quince letras, en las que se repiten tres dos veces y dos tres veces. Eso nos da un total de 4.540.536.000 posibilidades"

¿Está en lo cierto? Estudia el problema.

Elaborado por:
Profundiza
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE ESTADO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL
DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL