

# De cine.

## Aventures i matemàtiques

José María Sorando Muzás



### Déu n'hi do quins problemes!

#### 1. *Futurama* (Matt Groening, 1999 –)

Fry va estar congelat accidentalment durant 1.000 anys. En despertar, troba un món una mica diferent. Acudeix al seu antic banc i consulta el seu compte. Li diu la caixaera:

“Té un saldo de 93 cèntims, més el 2,25% d'interessos al llarg d'un període de mil anys, fan un total de 4.300 milions de dòlars”

Fry cau fulminat per la impressió.

És possible que amb menys d'un dòlar hagi arribat a aquesta fortuna? Està ben fet aquest compte?

#### 2. *Numbers* (Tony y Ridley Scott 2005 – 2010)

Aquest és el problema plantejat per en Charlie, el germà matemàtic de la sèrie *Numbers*:

“Imagina que estàs en un concurs de televisió. T'ofereixen tres portes. Darrere d'una d'elles hi ha un cotxe nou; darrere de les altres dues hi ha cabres. Ets el concursant i, està clar, vols guanyar el cotxe. Escull una porta.

Aleshores, el presentador obre una de les dues portes que no has escollit i darrere apareix una cabra. Encara tenim dues portes sense mostrar.

Després del que acabes de veure, et convé canviar de porta? Canviar de porta augmentarà la teva probabilitat de guanyar?

La noia de l'escena diu:

“No, perquè hi ha dos portes i amb qualsevol d'elles tinc el 50% de probabilitat de guanyar el cotxe”

Davant l'estupefacció general, Charlie li diu que no es així i li ho explica. Segurament la seva explicació ha estat molt ràpida i la cosa no t'hagi quedat encara clara. Estudia-ho. Per a això, si encara no la coneixes, t'ofereixo una tècnica molt útil per a l'estudi de les possibilitats que s'ofereixen en situacions incertes. S'anomena el **diagrama en arbre**.

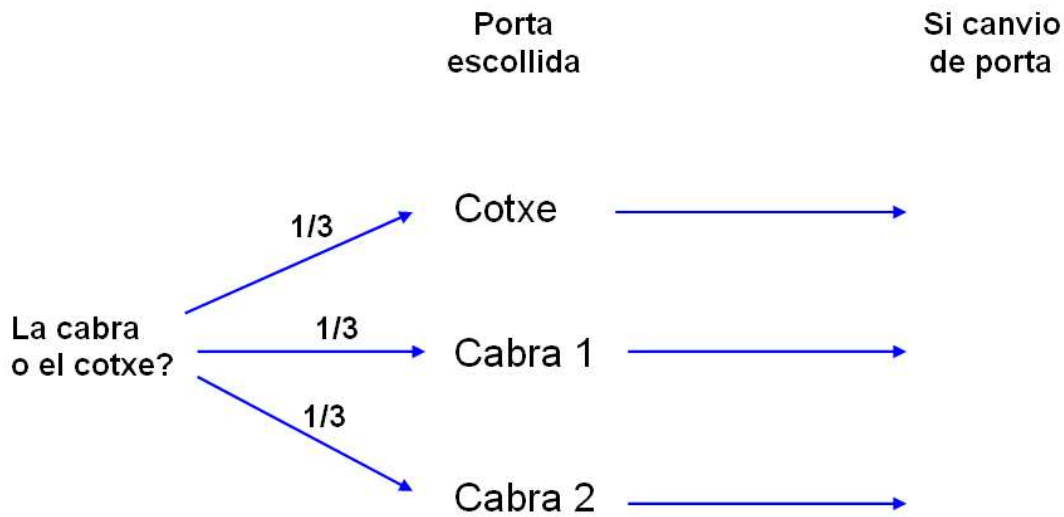
En el següent diagrama s'ha representat el començament del joc. Cada opció possible està representada per una branca i sobre ella hi ha la seva probabilitat ( $1/3 = 1$  de 3). Completa el diagrama per cada una de les dues estratègies possibles: canviar de porta o no canviar.

A la vista d'ambdós diagrames, ja podràs respondre: Quina estratègia ofereix major probabilitat de guanyar el cotxe?

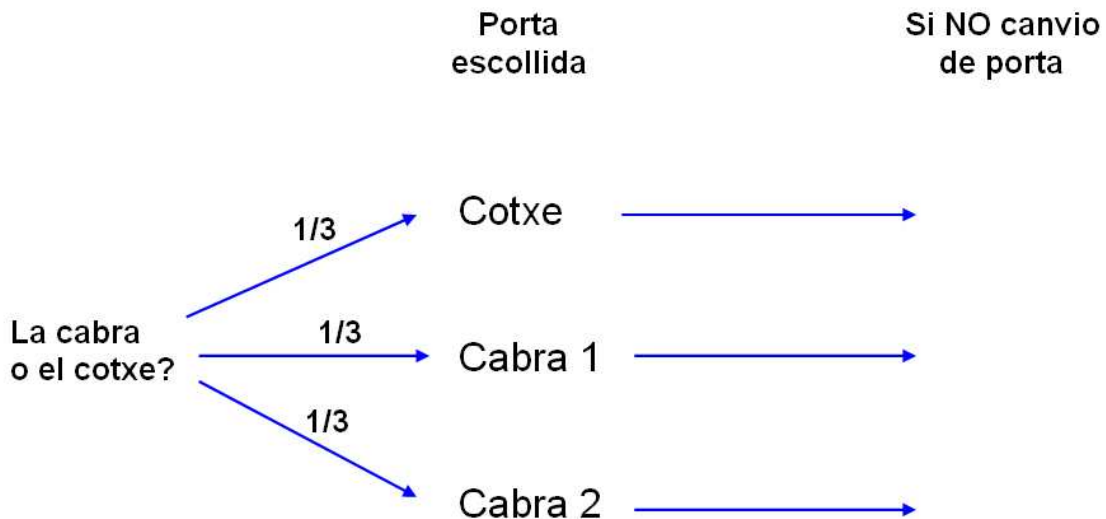
Estratègia 1a:

# De cine. Aventures i matemàtiques

José María Sorando Muzás



Estratègia 2a:



# De cine.

## Aventures i matemàtiques

José María Sorando Muzás



### 3. *Cube* (Vincenzo Natali, 1997)

Com s'explica al tràiler, sense saber com ni perquè, un grup de persones es veu atrapat a l'interior d'una estranya estructura d'habitacions en forma de cubs interconnectats. Algunes amaguen trampes mortals i d'altres no. Els presoners han de travessar-les, buscant la sortida, però com saber quines són segures i quines són perilloses? A l'escotilla d'entrada a cada habitació hi ha gravats tres números, de tres xifres cadascun.

A la següent escena hem vist com una noia, estudiant de matemàtiques, creu haver descobert que les habitacions amb trampes són les que tenen algun número primer. Després se la veu enfeïnada calculant-los. Però després (tercera escena) s'adona que la seva suposició era errònia: en realitat les habitacions perilloses són les que tenen algun nombre que sigui potència d'un primer. Quan li requereixen que ho calculi, respon desesperada:

- Hauria de calcular els factors de cada número. Potser si tingués un ordinador...
- No necessites ordinador.
- Si que el necessito!
- Fes els càlculs.
- Impossible! Ningú en tot el món podria fer-ho mentalment. Ni tan sols podria fer-ho amb el 567. És astronòmic!

Anem per parts:

- a) Primer la noia suposa que hi ha trampa si hi ha un número primer. I fa aquests càlculs sense problemes. Quantes divisions cal fer com a màxim per saber si un número de tres xifres és primer?
- b) Aleshores, canvia de criteri: hi ha perill si hi ha un nombre que sigui potència d'un primer. Quina de les dues condicions és més restrictiva, l'anterior o aquesta?
- c) Diu que calcular si 567 és potència d'un primer és quelcom astronòmic. Tu t'ho creus? T'animem a fer-ho mentalment, ajudant-te dels criteris de divisibilitat coneguts. És possible!
- d) Aquests són els números d'algunes escotilles. Investiga si es poden travessar o no:

814	131	726
286	343	513
900	466	529
656	779	462

Hauràs vist que la tasca no necessita un ordinador, no és astronòmica como diuen a la pel·lícula.

### 4. *La habitación de Fermat* (Luis Piedrahita y Rodrigo Sopeña, 2007)

A la primera escena, el jove matemàtic protagonista (Alejo Sauras) enuncia la conjectura de Goldbach:

“Qualsevol número parell es pot expressar com a suma de dos números primers”

- a) Comprova que la conjectura es compleix per aquests números: 26, 82, 154 y 760
- b) Quan es compleix l'enunciat oposat (“un número primer és suma de dos parells”)? Sempre? Mai? A vegades?

# De cine.

## Aventures i matemàtiques

José María Sorando Muzás



Es diu que és una conjectura perquè es té la convicció que és certa, però encara no ha estat demostrada. Quan ho sigui, passarà a ser un teorema.

En la segona escena, veiem que s'han convocat varis matemàtics perquè assisteixin a una reunió, només si abans han resolt el següent problema:

En quin ordre estan els següents números?

5 - 4 - 2 - 9 - 8 - 6 - 7 - 3 - 1

Aleshores ens donen la inesperada solució: els números estan en ordre alfabètic.

- c) Si la pel·lícula és doblada a l'anglès caldrà canviar l'endevinalla. Com?
- d) Et proposem que ara descobreixis quina és la pauta que segueixen les següents successions. Per això, continua-les amb dos nous números en cada cas:

- d1) 1, 3, 7, 13, 21, 31...
- d2) 1, -3, 5, -7, 11, -13...
- d3) 5, 9, 17, 33, 65, 129...
- d4) 5, 6, 12, 30, 84, 246...

Trobar la pauta que segueix una sèrie ens dóna una satisfacció intel·lectual, però has de saber que la solució del problema no és única. A més a més de la solució que haguem trobat (normalment serà la més senzilla), hi ha altres infinites solucions possibles. N'hi ha prou amb escollir quin volem que sigui el següent número i serà possible trobar una fórmula que inclogui tots els nombres, encara que això sí... pot ser molt complicada.

Pot ser t'ha sorprès l'anterior afirmació. Et posarem un exemple:

La successió: 1, 3, 6, 10... és fàcil de seguir: 1, 3, 6, 10, 15... amb el criteri d'anar sumant cada vegada una unitat més.

Però també es podria seguir així: 1, 3, 6, 10, 18... amb quin criteri? Amb el següent:

$$a_n = \frac{n^2 + n}{2} + \frac{(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{8}$$

- e) Fixa't en el complicat terme general de l'anterior successió. Utilitza'l per aconseguir el terme general d'aquesta altra successió:

1, 3, 6, 10, 21...

### 5. El Día de la Bestia (Alex de la Iglesia, 1995)

Després d'un ritual diabòlic, es crema un text i entre les seves cendres es recuperen aquestes lletres:

E E E G J N N O O O S S T U U

En elles hi ha un missatge ocult per reconstruir. Desanimat per la dificultat de la tasca, diu el protagonista:

“Hi ha milers de milions de combinacions. Són quinze lletres, de les quals se'n repeteixen tres dues vegades i dos tres vegades. Això ens dóna un total de 4.540.536.000 possibilitats”

# De cine. *Aventures i matemàtiques*

José María Sorando Muzás



És veritat? Estudia el problema.