

# De la literatura a les mates

## L'incident amb $+mates$

Constantino de la Fuente Martínez



### Potències de 2 i sumes de nombres

Si abans has treballat les potències de 2, segurament t'agradaria investigar algunes de les seves propietats. En concret intentarem resoldre el següent problema: Quins nombres es poden expressar com la suma de nombres naturals consecutius?

Per familiaritzar-te amb la situació començarem temptejant casos concrets o, com es diu en matemàtiques, particularitzant. És a dir, provarem amb nombres concrets (casos particulars). Ho farem amb l'objectiu de descobrir alguna regularitat, algun patró de funcionament. Així podrem enunciar conjetures que més tard intentarem justificar o demostrar.

Escull nombres naturals i prova si es poden escriure com una suma de naturals consecutius. Pots treure'n alguna conclusió? Escriu les teves conjetures.

Si ja tens alguna idea sobre quins nombres es poden escriure com la suma de consecutius, com podries demostrar la veracitat de la teva conjetura?

Si no se t'acudeix cap demostració, t'ajudarem amb alguns passos previs.

Quins nombres s'obtenen en sumar dos nombres naturals consecutius? I al sumar tres nombres naturals consecutius? Passarà el mateix si sumem quatre nombres naturals consecutius? I si sumem cinc naturals consecutius?

Després d'aquestes proves, potser hauras arribat a aquesta conjetura: En sumar un nombre imparell de naturals consecutius, el resultat és un múltiple del nombre de sumands.

Creus que aquesta conjetura és certa? Demuestra-ho.

Com que sembla que la suma de naturals consecutius està relacionada amb els divisors imparells, podríem seguir per aquesta via.

Tots els múltiples de tres es poden escriure com la suma de tres naturals consecutius?

I els múltiples de cinc?

Amb els resultats anteriors, la conjetura s'ha de poder millorar: Si un nombre té un divisor imparell més gran que la unitat, llavors es pot posar com la suma de naturals consecutius.

És certa aquesta conjetura? Demuestra-la.

Ara que ja sabem que tots els nombres amb algun divisor imparell es poden posar com a suma de naturals consecutius, ens falta un últim pas, demostrar el resultat recíproc: Si un nombre es pot escriure com la suma de naturals consecutius, llavors té algun divisor imparell més gran que la unitat.

Suma  $p$  nombres consecutius, començant per  $n+1$ , i demostra que el resultat de la suma sempre té un divisor imparell: precisament un dels factors que apareix a la suma.

Per tant, hem demostrat el següent resultat:

“Un nombre natural es pot posar com la suma de nombres naturals consecutius si té un divisor imparell més gran que la unitat.”

Tornem al problema inicial i a la primera de les conjetures obtingudes.

Quins nombres es poden obtenir sumant nombres consecutius? Quins no es poden obtenir com la suma de nombres consecutius?