

Ritmo y armonía en los números figurados: sucesiones, progresiones y series numéricas

En las últimas preguntas del cuestionario sobre números figurados del proyecto Gauss que hemos trabajado, se pedía buscar relaciones entre los diferentes tipos de números y los triangulares. Ahora que nos desenvolvemos mejor en las propiedades de los números, podemos avanzar más en algunos resultados.

Se conoce como *Teorema de Teón* la siguiente proposición:

Todo número cuadrado es la suma del número triangular de su mismo orden y el del orden anterior.

Este enunciado se puede expresar como:

$$C(n) = T(n) + T(n-1)$$

¿Llegaste antes a un resultado similar?

Propuesta 1

Demuestra este teorema. Para ello basta con que utilices los términos generales hallados anteriormente y los apliques a los valores triangulares y cuadrado que aparecen en la igualdad.

1

Propuesta 2

Otro interesante resultado es el siguiente:

Todo número pentagonal es la tercera parte de un número triangular.

Comprueba esta afirmación.

Escribe una fórmula general para esta propiedad.

Volviendo a la idea del gnomon, los puntos que se añaden para pasar de un número poligonal de cierto orden al siguiente, queda claro que los números figurados son sumas de secuencias de números. ¿Qué tipo de secuencias?

Veamos el caso de los números triangulares:

N (orden del número)	Número triangular	Suma de los gnomones precedentes
1	1	1
2	3	1+2
3	6	1+2+3
4	10	1+2+3+4
5	15	1+2+3+4+5
6	21	1+2+3+4+5+6

En torno a la matemática griega. Números y álgebra

Javier Bergasa Liberal



Es decir que el número triangular $T(n)$ es la suma de los n primeros números naturales:

$$T(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$$

Resultado que conocemos, no sólo por los números figurados, sino como la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética de primer término 1 y diferencia 1:

$$T(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Propuesta 3

Estudia ahora qué ocurre con los números cuadrados, pentagonales y hexagonales. Escribe una fórmula general para los números poligonales de tipo r .