Geometria dinàmica

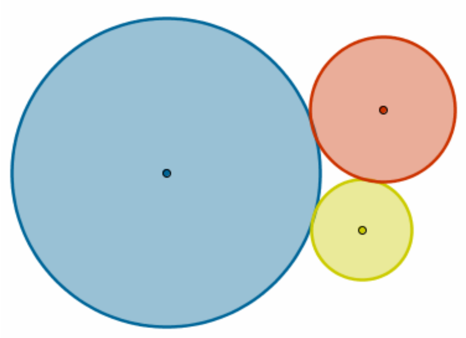
Explorant els triangles i els seus centres

Manuel Sada Allo

Utilitzeu *GeoGebra* per a intentar resoldre algun dels problemes o qüestions següents, relatius tots a la Geometria dels triangles (o dels polígons).

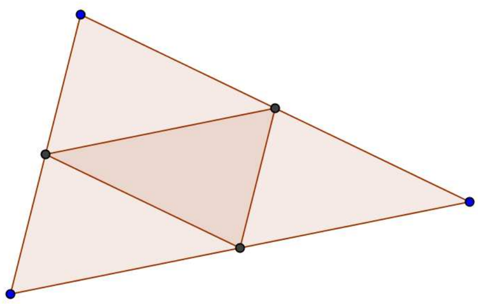
Activitat 2.1: Tres cercles tangents

Donats tres punts del pla, determineu la posició de les circumferències, centrades cadascuna en un dels punts, de tal manera que les tres siguin tangents entre si.
La construcció ha de ser consistent, és a dir que, en modificar la posició d'algun dels tres punts, les circumferèncias canviïn per a seguir sent tangents.
Si no se us acut la manera d'aconseguir-lo, entreu en la pàgina web *Tres cercles* del *Projecte Gauss*:
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/acertijos/tres_circulos/actividad.html
on trobareu alguna indicació.



Activitat 2.2: Triangles i quadrilàters auxiliars

1. Uniu els punts mitjans dels costats d'un triangle. Al triangle així obtingut l'anomenem *triangle auxiliar*.
2. Compareu-los: què tenen en comú i què diferencia a un triangle i al seu triangle auxiliar? Quina relació hi ha entre les seues mesures (longituds, angules i àrees)?
3. I si construïm l'auxiliar de l'auxiliar? I si repetim el procés indefinidament?
4. Feu alguna cosa semblant amb quadrilàters: Com són els quadrilàters auxiliars? Quina forma tenen? Què passa amb les mesures de les seus àrees?
5. Com ha de ser un quadrilàter per a que el seu auxiliar siga un rombe? I per a que siga rectangle?



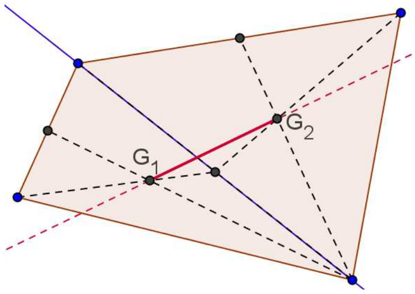
Activitat 2.3: Centre de gravetat d'un quadrilater

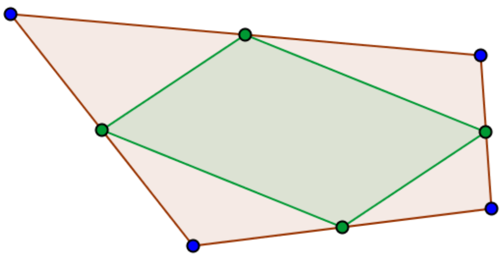
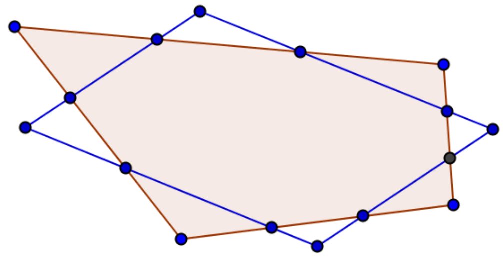
Us proponem el següent mètode per a trobar el centre de masses d'un quadrilàter:

1. Dibuixeu una diagonal del quadrilater i trobeu els centres de masses de cadascun dels dos triangles determinats. Per les lleis de la dinàmica, el centre de masses del quadrilater ha de ser sobre la recta que uneix els dos centres de masses dels triangles que el formen.

Elaborado por:
Profundiza
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE ESTADO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL
DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL

2. Repetiu el mateix procés a partir de l'altra diagonal del quadrilàter, fins obtenir una segona recta que també passarà pel centre cercat.
3. Determineu el centre de masses del quadrilàter com a punt de tall d'aquestes dues rectes.
4. És possible que el centre de gravetat d'un quadrilàter estigui en el seu exterior?
5. Comproveu quan el centre de masses d'un quadrilàter coincideix amb el punt de tall de les seves diagonals o les del seu paral·lelògram de Varignon (el construit a partir dels punts mitjans dels seus costats) o les del seu *paral·lelògram de Wittenbauer* (a partir dels punts que trisecten els costats).

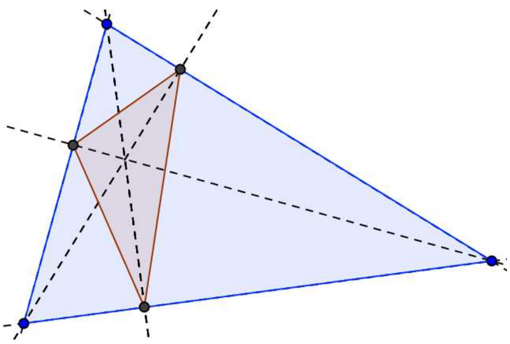


	
Un quadrilàter i el seu paral·lelògram de Varignon	Un quadrilàter i el seu paral·lelògram de Wittenbauer

Activitat 2.4: El triangle òrtic i la circumferència dels nou punts

S'anomena *peu* de l'altura d'un triangle al punt on aquesta es troba amb el costat (o la recta corresponent) al qual és perpendicular.

El triangle determinat pels peus de les tres altures s'anomena *triangle òrtic*.



1. Construïu-lo i estudieu com és el triangle òrtic d'un triangle acutangle, rectangle, obtusangle, isòsceles, equilàter...
2. Construïu la circumferència circumscrita al triángle òrtic. Es tracta de l'anomenada *circumferència dels nou punts* perque passa, a més de pels peus de les altures, pels punts mitjans de cada costat i pels punts mitjans entre l'ortocentre i cadascun dels vèrtexs del triangle. Comproveu-lo.
3. Investigueu la posició del centre de la circumferència dels nou punts a partir dels centres del triangle.

Elaborado por:
Profundiza
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE ESTADO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL
DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL

Activitat 2.5: El camí més curt

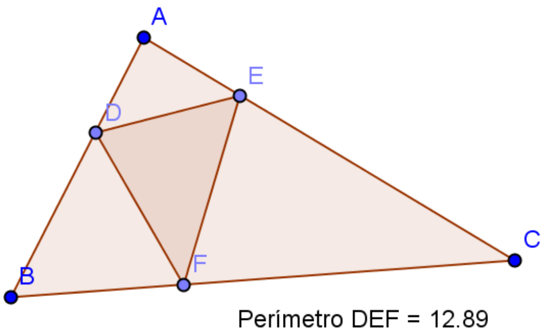
Determineu el camí més curt que uneix els tres costats d'un triangle (tornant al punt d'eixida).

Ajudes:

- **Per a la construcció**: després de dibuixar sengles punts sobre cadascun dels tres costats del triangle, construïu el triangle determinat per aquests punts (D, E y F).

Utilitzeu l'eina **Distància o Longitud** per a visualitzar el perímetre d'aquest segon triangle (que el programa haurá anomenat com a **polígon2)**.

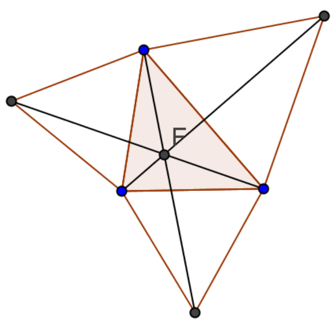
- **Per a fer alguna conjectura**: llisqueu els punts D, E i F fins aconseguir que el perímetre sigui mínim i observeu la seva posició.
- **Per a comprovar-la**: Modifiqueu el triangle inicial ABC i comproveu la validesa de la vostra conjectura.



Activitat 2.6: El punt de Fermat

Atès un triangle, construïu sobre cadascun dels seus costats un triangle equilàter. Comproveu que els tres segments que uneixen els vèrtexs exteriors d'aquests nous triangles amb el vèrtex oposat del triangle original concorren en un únic punt.

Comproveu que aquest (l'anomenat *punt de Fermat*) és el que minimitza la suma de distàncies als tres vèrtexs d'un triangle.



Activitat 2.7: El teorema de Napoleó

Entreu en la web *Un descobriment de Napoleó* de *Projecte Gauss*
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/poligonos/napoleon/actividad.html
i realitzeu l'activitat proposada (llegiu atentament cadascuna de les *preguntes*).

Elaborado por:
Profundiza
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE ESTADO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL
DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL