

# De la literatura a les mates

## L'incident amb +mates

Constantino de la Fuente Martínez



### Una finestra a la teoria del caos

*Aquesta és la fórmula per calcular una població d'animals.*

$$N_{nova} = l(N_{antiga})^i(1 - N_{antiga})$$

*l en aquesta fórmula N és la densitat de població. Si  $N = 1$  la població és la més gran que hi pot haver. I si  $N = 0$  la població s'ha extingit.*

*$N_{nova}$  és la població d'un any, i  $N_{antiga}$  és la població de l'any anterior. I  $l$  és el que s'anomena una constant. (pàg. 135)*

L'equació anterior s'anomena de P.F. Verhulst, científic que va estudiar el creixement demogràfic i la va plantejar el 1845.

Per a simplificar les coses, escriurem la fórmula així:

$$N' = lN(1 - N),$$

on  $N$  és la població vella (de l'any anterior),  $N'$  és la població nova (de l'any següent) i  $l$  és una constant que anomenem de fertilitat, que pot canviar amb les condicions ambientals i climàtiques, alimentació disponible, depredadors... Suposem, per treballar amb nombres senzills, que  $N$  i  $N'$  són nombres entre zero i u, que representen els milions d'individus de l'espècie.

En les preguntes següents has de fer una taula en què, per a cada any, surtin els resultats que aniràs obtenint. Has de fer-ho per un nombre d'anys que et permeti veure que es compleix el resultat que es demana. Ajuda't amb un full de càlcul o una calculadora. Amb les dades de la taula fes una gràfica anàloga a les que apareixen en la pàgina 133 del llibre.

Comprova que si  $l < 1$  la població és cada cop més petita i s'extingeix. Fes-ho per als casos  $l = 0,5$  i  $N = 0,8$ , i calcula la població en anys successius.

Si  $l = 1,5$  i la població inicial és  $0,1$  pots comprovar que tres anys després la població serà de  $0,21676$ . La població seguirà creixent? Comprova que al cap d'uns anys s'estabilitza al valor  $0,3333$ . Això passa encara que la mida inicial de la població sigui diferent!

Comprova-ho. Demuestra, en particular, què passa si  $N > 0,3333$ .

Verifica que si  $l = 2,5$  la població s'estabilitza al voltant del valor  $0,6$ . En el cas  $l = 3,2$  pots comprovar que la població s'estabilitza en valors propers a  $0,5$  i  $0,8$ ; un any en un valor i l'any següent a l'altre. Si  $l = 3,5$  apareixen quatre valors:  $0,38$ ,  $0,83$  i dos més que has de descobrir pels teus propis mitjans.

Comprova, finalment, que per a  $l = 3,57$  apareix el caos. És a dir, no podem estimar quina mida tindrà la població al cap d'uns anys.

Com diu en Christopher, això va ser estudiat al segle XX per el biòleg Robert May i altres científics. Aquests resultats, i altres de semblants, van ser la base per a l'aparició d'un nou camp de les matemàtiques anomenat *teoria del caos*.