

De la literatura a las mates

El incidente con +matemáticas

Constantino de la Fuente Martínez



Potencias de 2 y sumas de números

Si antes has trabajado sobre las potencias de 2, quizás te guste investigar algunas de sus propiedades. En concreto vamos a intentar resolver el problema siguiente: ¿Qué números se pueden expresar como suma de números naturales consecutivos?

Para familiarizarte con la situación vamos a comenzar tanteando en casos concretos o, como se dice en matemáticas, particularizando. Es decir, vamos a probar con números concretos (casos particulares). Lo haremos con el objetivo de descubrir alguna regularidad, algún patrón de funcionamiento. Con ello podremos enunciar conjeturas que más tarde intentaremos justificar o demostrar.

Escoge números naturales y prueba si se pueden escribir como suma de naturales consecutivos. ¿Puedes deducir alguna conclusión? Escribe tus conjeturas.

Si tienes ya alguna idea sobre qué números se pueden escribir como suma de consecutivos, ¿cómo podrías demostrar la veracidad de tu conjetura?

Si no se te ocurre ninguna demostración, vamos a ayudarte con algunos pasos previos.

¿Qué números se obtienen al sumar dos números naturales consecutivos? ¿Y al sumar tres números naturales consecutivos? ¿Pasará lo mismo si sumamos cuatro naturales consecutivos? ¿Y si sumamos cinco naturales consecutivos?

Después de estas pruebas, quizás has llegado a esta conjetura: Al sumar un número impar de naturales consecutivos, el resultado es un múltiplo del número de sumandos.

¿Crees que esta conjetura es cierta? Demuéstrala.

Como parece que la suma de naturales consecutivos está relacionado con los divisores impares, quizás podemos seguir por este camino.

¿Todo múltiplo de tres se puede escribir como suma de tres naturales consecutivos? ¿Y los múltiplos de cinco?

Con los resultados anteriores la conjetura se debe poder mejorar: Si un número tiene un divisor impar mayor que la unidad entonces se puede poner como suma de naturales consecutivos.

¿Es cierta esta conjetura? Demuéstrala.

Ahora que ya sabemos que todos los números con algún divisor impar se pueden poner como suma de naturales consecutivos. Nos falta un último paso, demostrar el resultado recíproco: Si un número se puede escribir como suma de naturales consecutivos entonces tiene algún divisor impar mayor que la unidad.

Suma p números consecutivos, empezando por $n+1$, y demuestra que el resultado de la suma siempre tiene un divisor impar: precisamente uno de los factores que aparece en la suma.

Por tanto, hemos demostrado el siguiente resultado:

Elaborado por:

De la literatura a las mates

El incidente con +matemáticas

Constantino de la Fuente Martínez



“Un número natural se puede poner como suma de números naturales consecutivos si y sólo si tiene un divisor impar mayor que la unidad.”

Volvamos al problema inicial, y a la primera de las conjeturas obtenidas.

¿Qué números se pueden obtener sumando números consecutivos? ¿Cuáles no se pueden obtener como suma de consecutivos?

Elaborado por: